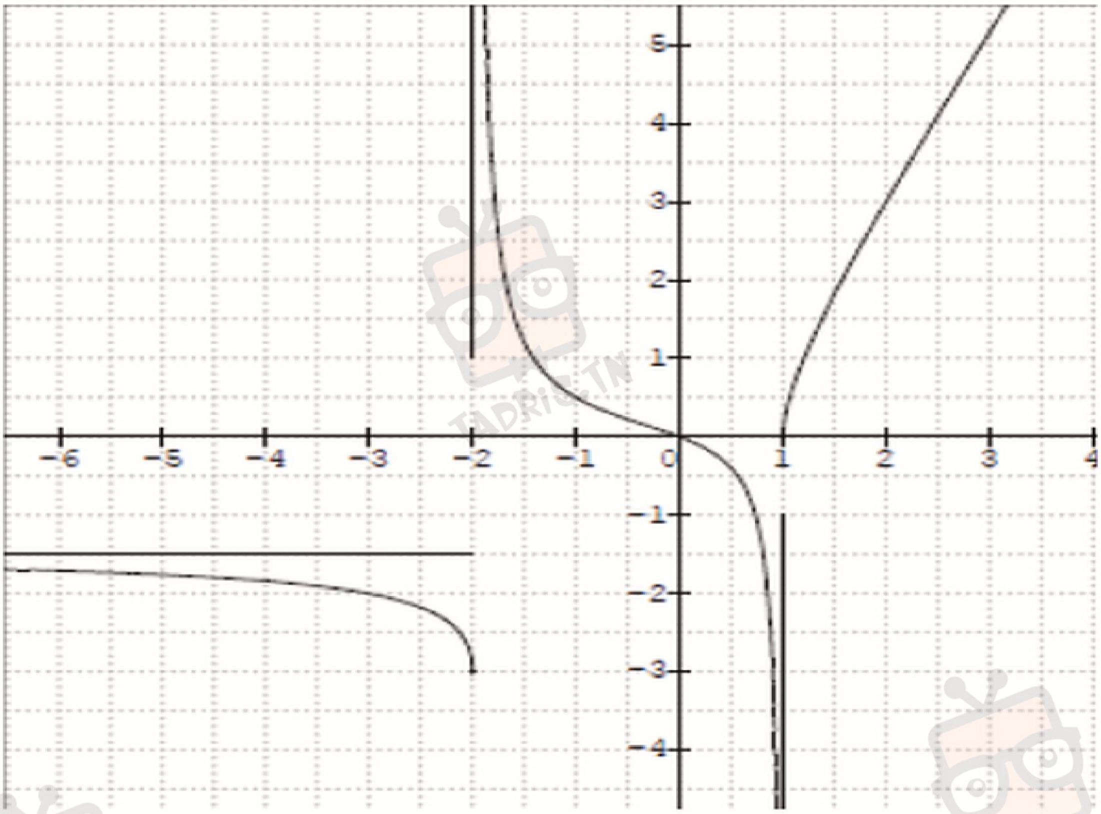
EXERCICE 1 (4 points)

On donne dans la figure si dessous la courbe d'une fonction f. Soit les points $A\left(1;\frac{3}{2}\right)$ et $B\left(0;-\frac{1}{2}\right)$. La droite (AB) : $y=2x-\frac{1}{2}$ est l'asymptote à C_f (courbe de f) au voisinage de $+\infty$.



A l'aide du graphique Déterminer :

1/ $f([0,1[)$.

2/ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$.

3/ $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x)-\left(2x-\frac{1}{2}\right)\right)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{f(x)+\frac{3}{2}}$.

4/ Donner, en justifiant, le sens de variation de la fonction
$g : x \mapsto g(x) = f(x) - x$ sur]-2;1[.

EXERCICE 2 (8 points)

Soit f la fonction définie sur $IR\backslash\{-1\}$. par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2+3} - 2x & \text{si } x > 1 \\ f(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{x+1}} & \text{si } x \in]-1,1] \\ f(x) = \dfrac{m^2x^2+1}{x^2-4x-5} & \text{si } x < -1 \end{cases}$$

m étant un paramètre réel.

1/a- Vérifier que $\forall x > 0$; $f(x) + x = \dfrac{3}{\sqrt{x^2+3}+x}$.

b- Déduire que C_f, la courbe de f, admet une asymptote oblique que l'on précisera.

2/ Etudier la courbe de f au voisinage de $-\infty$.

3/ f est-elle prolongeable par continuité en (-1) ?

4/ Etudier la continuité de f en 1.

5/a- Vérifier que $\dfrac{1-x}{x+1} = -1 + \dfrac{2}{x+1}$; pour tout x de $]-1;1]$.

b- Montrer alors que f est strictement décroissante sur $]-1;1]$

c- Donner alors le tableau de variation de la fonction $g : x \mapsto f(x) - x$; $\forall x \in]-1;1]$

6/a- Calculer $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

b- Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une seule solution α dans $]-1;1]$

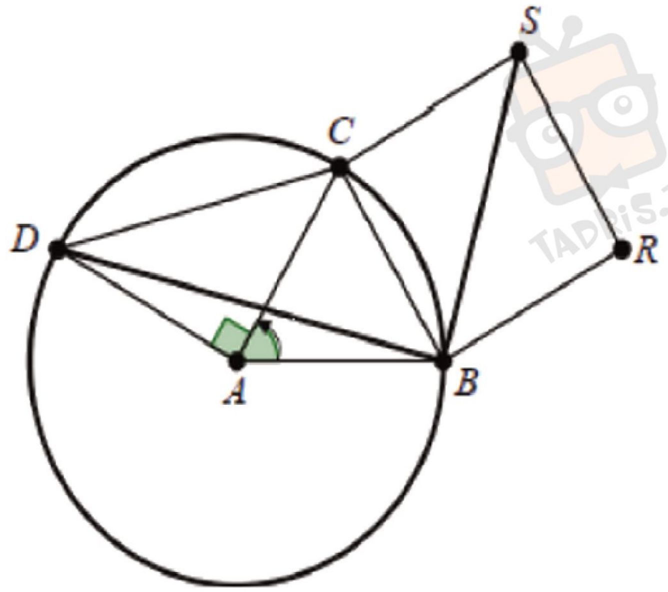
c- Vérifier que $\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha = 1$.

EXERCICE 3 (4 points)

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère un cercle Γ de centre A et de rayon 4. Soient B, C et D trois points de (C) tels que

$\widehat{\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)} \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$ et $\widehat{\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)} \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

On considère le carré BRSC. (Voir figure ci-dessous)



1) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ et $(\overrightarrow{BS}, \overrightarrow{BA})$.

2)a – Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$.

b – En déduire que $\widehat{\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}\right)} \equiv \frac{\pi}{12}\ [2\pi]$

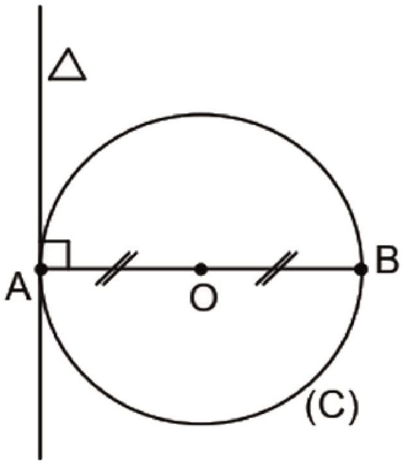
3) Déduire de ce qui précède que (BS) $\perp$ (DB).

4) Déterminer l'ensemble E des points M vérifiant $\widehat{\left(\overrightarrow{MC},\overrightarrow{MB}\right)} \equiv -\frac{\pi}{6}\ [2\pi]$.

EXERCICE 4 (4 points)

Choisir la bonne proposition.

Dans le plan P orienté dans le sens direct on considère la figure ci-dessous: (C) est le cercle de diamètre [AB], Δ est la perpendiculaire à (AB) en A.



E={M∈ P /	[AB)\{A}	[AB]\{A, B}	[AB)	$\overset{\frown}{BA}$ \{A, B}	(C)\{A, B}	Δ
$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = 0$ }						
$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = AM \times AB$ }						
$\widehat{\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}\right)} \equiv 0\ [2\pi]$ }						
$\widehat{\left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}\right)} \equiv \pi\ [2\pi]$ }						
$\widehat{\left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}\right)} \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$}						
$\widehat{\left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}\right)} = \frac{\pi}{2} + k\pi$; avec $k \in \mathbb{Z}$ }						